

Mit MEER Freude muss man rechnen

Das Mathemeer – ein Lernsystem für den Mathematikunterricht der Primarstufe vor dem Hintergrund der positiven Bildung und der Mathematikdidaktik

Carmen Evermann und Anna Dürr

Die Autorinnen stellen in ihrem Beitrag eine Lernsystementwicklung namens PERMA^{lis} Mathemeer vor und geben Einblick in die getätigten Entwicklungen des Konzepts für den Mathematikunterricht der Primarstufe. Sie zeigen praxisnah, wie mehr Lernfreude, Wohlbefinden und damit eine verbesserte Leistung im Mathematikunterricht der Jahrgangsstufe 2 gelingen kann.

Schlagwörter: Kompetenzorientierter Mathematikunterricht, adaptives Lernsystem, Positive Bildung

Mathematik ein Angstfach?! Vielleicht, denn irgendwie schafft sie es im Laufe eines Schülers und Schülerinnen Daseins und darüber hinaus für die meisten Menschen in einem gewissen Ausmaß und zu einer bestimmten Zeit mit einer unvermeidlichen Intensität für negative Emotionen zu sorgen.

Mathematik und Spaß?! Bestimmt, denn die Faszination an und mit ihr, sowie die positiven Emotionen wurden ihr schon in die Wiege gelegt. Und trotz ihres hohen Alters hat sie bis heute nicht an Attraktivität, Begeisterung und Respekt eingebüßt. Der Beitrag skizziert das zur Zeit an der Pädagogischen Hochschule Vorarlberg angesiedelte und finanzierte Projekt der Megabildung mit dem Akronym PERMA^{lis} zur Etablierung und Unterstützung mathematischer, sowie kompetenzorientierter, individueller und gemeinsamer Lernprozesse und stellt sie in ausgewählten Grundzügen vor.

Einleitende Gedanken

Mathematik ist bei vielen Schülern und Schülerinnen häufig nicht das freudvollste oder beliebteste Unterrichtsfach in ihrer Schullaufbahn. Die Mathematik und der dazugehörige Unterricht genießen seit vielen Jahren einen summarisch negativen Ruf mitunter wegen des mühevollen Lernens bzw. Verstehens. Das abstrakte Denken der Mathematik und der oft nicht eindeutig herge-

stellte Lebensweltbezug leisten hierzu bestimmt einen wesentlichen Beitrag. Das Lernen ist oft mit Erfolgsdruck und weniger mit Erfolgserlebnissen verbunden. Da stellt sich selten Lernfreude bzw. Spaß ein. Hinzukommen Wissenslücken, die anschlussfähiges Lernen, aufbauendes und vertiefendes Verständnis von Lerninhalten blockieren. Auch verbessern die immer wiederkehrenden formalen Übungen ähnlicher Aufgabenformate die Freude am mathematischen Operieren nicht, sondern sorgen sogar für einen weniger freudvollen Zugang zur Mathematik, welcher ein Absinken von Motivation und Interesse für das Fach Mathematik zur Folge haben.

Da braucht es schon eindeutig „MEER“.

Neue Wege im Mathematikunterricht sind nötig: Den Kompass für die ganze Schulfamilie auf einen Mathematikunterricht neu ausrichten, der insgesamt auf vielfältige Art und Weise für Wohlbefinden sorgt und Freude in und mit der Mathematik anstrebt.

Das Mathemeer entsteht

Das Konzept nutzt die Erkenntnisse empirischer Daten der Lehr- und Lernforschung aus drei verschiedenen Bereichen und bildet unter dem Deckmäntelchen der Freude, Leistung und Wohlbefinden ein Konstrukt, das von drei Säulen getragen wird. Eine Säule enthält die Erkenntnisse der Positiven Bildung mit PERMA (Seligman, 2011; Lichtinger, 2022). Eine andere Säule stützt das Lernen in Systemen (^{lis}) bzw. das Lernen mit Lernleitern (Girg et al., 2012; Lichtinger, Höldrich 2016). Im Zentrum steht die Mathematikdidaktik sowie ausgewählte Bereiche der Montessoripädagogik (Amiras, 2014; Krauthausen, 2018; Pliquet et al., 2017) und bildet die dritte und letzte Säule auf der das „PERMA^{lis} Mathemeer“ fußt. Aus diesen drei wissenschaftsbasierten Bereichen gestaltet sich ein Lernsystem, das auf mehr Freude (Spaß) am Mathematik-Lernen, mehr Wohlbefinden im Mathematikunterricht

abzielt und so zu mehr Erfolgserlebnissen und damit zu mehr Leistungsstreben in Mathematik führen kann. Am „PERMA^{lis} Mathemeer 2“ werden diese Entwicklungen exemplarisch beschrieben und das notwendige Materialarrangement für die Primarstufe aufgezeigt. Im Folgenden werden diese drei Säulen näher beleuchtet.

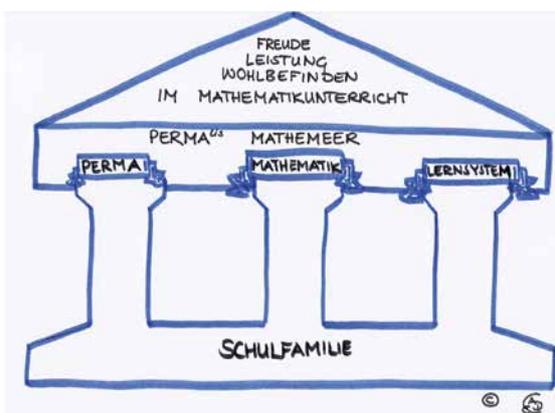


Abbildung 1: Abstrakte Darstellung des PERMA^{lis} Mathemeer (eigene Abbildung)

Wohlbefinden im Lernsystem durch und mit PERMA

Positive Bildung und Wohlbefinden sind zwei Konstrukte, die aus der Positiven Psychologie nach Martin Seligman hervorgehen und sich

gegenseitig bedingen. Die Fähigkeit Stärken und Talente in sich und anderen zu erkennen und diese weiterzuentwickeln, um bestmöglich das volle Potential jedes Einzelnen/ jeder Einzelnen zu erreichen. Das ist der junge Ansatz der Positiven Bildung. Der Grundstein für Wohlbefinden wird u.a. durch das allgemeine Gefühl von Zufriedenheit gelegt. Dieses erlangt jedes Individuum durch die fünf Faktoren der Positiven Bildung, die sich aus den fünf Buchstaben (P, E, R, M, A) ableiten lassen.

Das P steht für Positive Emotionen und umfasst positive Gefühle, wie beispielsweise Freude, Dankbarkeit, Liebe und Gelassenheit. Indem Menschen sich ihren Situationen und Aufgaben gewachsen fühlen und nicht überfordert oder mit Angst reagieren, können diese Gefühle in ihnen entstehen und wachsen (Fredrickson, 2013). Zentraler Ausgangspunkt nach Fredrickson (2003) Broaden-and-Build-Theorie sind positive Emotionen, um Lernen und Leisten zu können. Denn positive Emotionen machen menschliches Denken weit und offen u.a. für Strategien für Problemlösungen (Lichtinger & Rigger, 2022). Damit bahnt sich und ebnet sich der Weg für das sogenannte Flow-Erlebnis an (Nakamura & Csikszentmihalyi, 2009). Dieser Flow wird im zweiten Buchstaben E (= Engagement) verstärkt, indem sich Lehrende und Lernende in sinnvollen, herausfordernden und freudvollen Aktivitäten vertiefen und darin

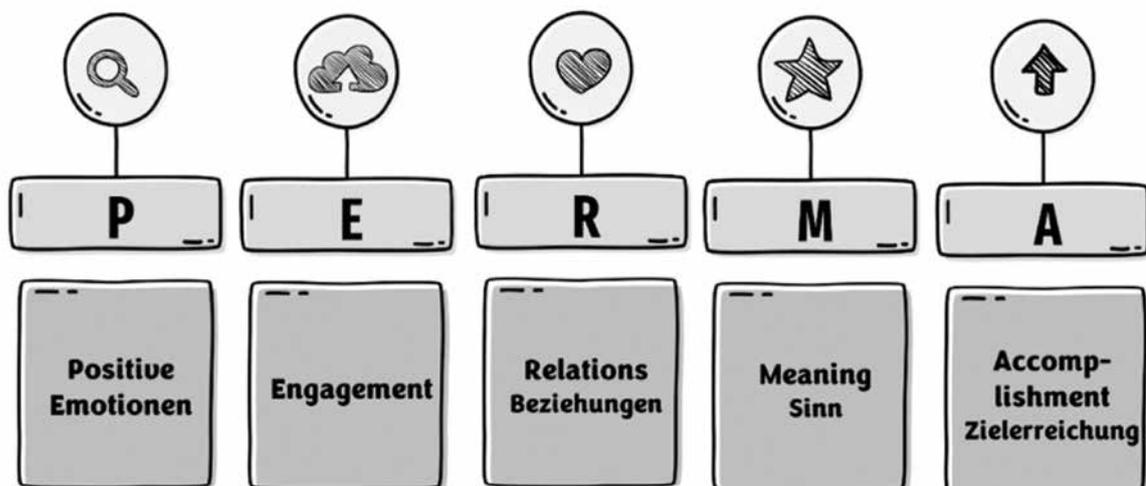


Abbildung 2: PERMA-Faktoren (Lichtinger, 2022)

aufblühen. Relations, versteckt sich hinter dem dritten Buchstaben R und wird mit Beziehungen übersetzt. Gute Beziehungen zu anderen Menschen sind eine wichtige Quelle für Wohlbefinden und Zufriedenheit. Durch das Gefühl der Verbundenheit erhält das Erlebte, Empfundene, Gelernte und Geleistete eine größere Dimension, bedingt den Zuwachs an Wissen und dessen Spiegelung in Lernerfolgen (Fredrickson, 2003; Fredrickson, 2011). Der vorletzte Buchstabe M steht für Meaning. An dieser Stelle wird er mit dem deutschen Wort Sinn übersetzt und impliziert persönliches Tun und Handeln zu erleben. Er unterstützt Wohlbefinden und Aufblühen und stellt die wertvolle Basis für Engagement und Selbstwirksamkeit dar (Schnell, 2016). Der Buchstabe A steht für Accomplishment mit der Übersetzung Leistungserfolg und Zielerreichung. Damit sich Zufriedenheit und ein positives Selbstkonzept entwickeln, ist es wichtig Erfolge und Erfahrungen, auf die man stolz sein kann, zu sammeln (Ryan & Deci, 2001; Seligman, 2011). Diese basieren meistens auf dem Erreichen von Zielen und dem Überwinden von Herausforderungen. Die fünf beschriebenen Faktoren fließen gleichwertig in das Lernsystem ein. Dieses PERMA-Modell stellt eine sogenannte Säule da (siehe Abbildung 1) und soll Pädagog*innen als Leitfaden dienen, um das Potenzial der Schulfamilie bestmöglich auszuschöpfen.

Das Lernen im System

Das Lernen im System bedeutet ein Lernen mit und in Systemen. Das heißt in diesem Fall das „Lernen im Mathemeer“ ist auch ein Mathematiklernen mit System. Es fußt auf der aus Indien stammenden MultiGradeMultiLevel-Methodology (MGML) (Müller et al., 2015). Das indische Lehrerpaar Padmanabha Rao und Anumula Ramaschuf mit Hilfe dieser Methode ein Lernangebot für Dorfschulen in Südindien. Lehrpläne wurden in Lernpläne umgebrochen und mit passendem Arbeitsmaterial so kombiniert. Auf diese Weise konnten Schüler*innen altersgemischt (multi-grade) und leistungsheterogen (multilevel) allein, in Tandems und mit der Lehrkraft arbeiten. Heute lernen in Indien über 10 Millionen Schüler*innen mit dieser bewährten Methode (Girg et al. 2012).

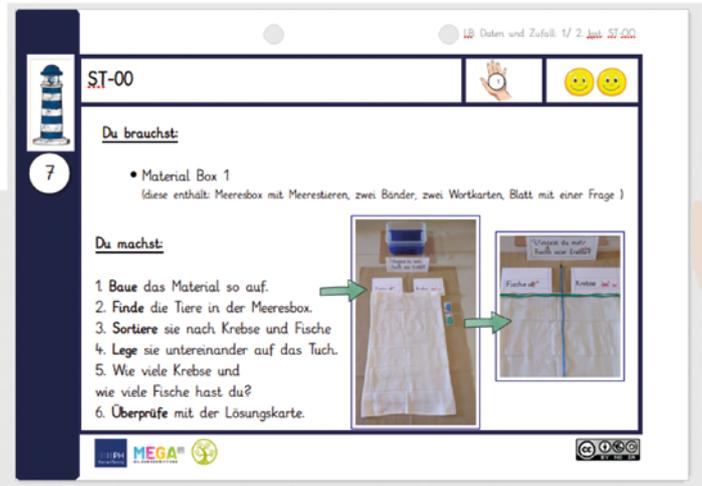
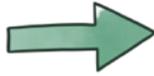
Die Verwendung von Lernleitern als größere strukturierende Einheit im Lernprozess findet im Mathemeer ihre Anwendung. Die Lerninhalte innerhalb dieser Lernleitern werden in schrittweiser Komplexität dargestellt und ermöglichen dem Kind sich systematisch, strukturiert und selbstbestimmt auf das Lernziel hin zu bewegen. Der Jahres- bzw. Zweijahreslehrplan eines Faches wird in einen Fachlernplan umgearbeitet, der von den Schülern und Schülerinnen individuell durchlaufen wird. Innerhalb des Fachlernplans werden Aktivitätseinheiten, auch Meilensteine genannt, fixiert, die den Lernenden/ die Lernende unterstützen, sein/ ihr Ziel zu erreichen. In ihrer zeitlichen Eigendynamik widmen sich die Kinder den entsprechenden materialisierten Aufgaben bzw. Aktivitäten. Mit Hilfe eines anschaulichen Bildes, der Lernkarte (Abbildung 3), wird ein Narrativ gekoppelt und es werden positive Emotionen beim Kind erzeugt. Am Ende eines jeden Meilensteins erhält der Schüler bzw. die Schülerin durch die Lehrkraft eine sogenannte Standortbestimmung im Sinne einer Evaluation. Das gibt dem Kind und der Lehrkraft Rückmeldung auf das erreichte Lernziel innerhalb der Thematik. So „tummeln“ sich im „Mathemeer 2“ insgesamt 28 verschiedene und kompetenzorientierte Lernstandserhebungen und geben Reflexion über den aktuellen Ist-Stand eines jeden Kindes.



Abbildung 3: Lernkarte vom Mathemeer 2 mit Meilensteinen (Leonie Lichtinger, 2022, Zeichnung)

Aktivitätskarten

- mit PERMA-Faktoren



CARMEN EVERMANN UND ANNA DÜRR



Abbildung 4: Aktivitätskarte (eigene Abbildung)

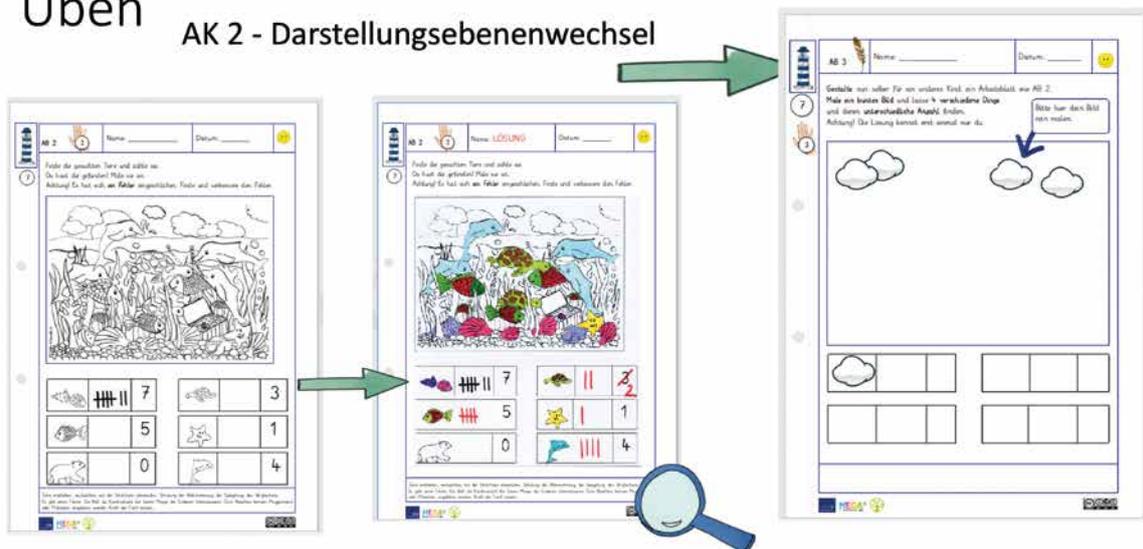
Lernfreude und Wohlbefinden im Mathemeer

Wir setzen die Segel und nehmen Kurs auf das Mathemeer. Ein kleiner Einblick in das „PERMA^{is} Mathemeer 2“ soll Aufschluss über die Planung, Gestaltung und Evaluierung des Lernsystems für die 2. Jahrgangsstufe geben. Mit dem neuen Lehrplan für Mathematik im Gepäck profitieren die Schüler*innen von kompetenzorientierten Lerninhalten und einer effektiven Lernumgebung, die auf individuelle Lernprozesse zugeschnitten sind. „Mit einem Blick auf eine Vielfalt an Aufgaben, der Erschließung der Umwelt, den Gewinn von Kulturgut und somit Fähigkeiten und Fertigkeiten und vielem mehr, rückt das Bild der Mathematik in eine spannende erklärable Welt. Mathematikunterricht ist somit viel mehr und erhält u.a. durch gute Aufgaben in einem guten Unterricht einen Mehrwert für jeden Einzelnen/ jede Einzelne. Schüler*innen werden in ihrem individuellen Lernen unterstützt und motiviert, indem man sie ermutigt durch gute Hilfestellungen und Rückmeldungen. Damit ergibt sich ein Bezug zur Positiven Bildung im Sinne der Einbettung in den Fachunterricht. Mathematik kann Wohlbefinden unterstützen im Sinne der Faktoren Positive Emotionen (P) und Engagement

(E).“ (Lichtinger, Evermann, Lerner, 2021). Ein weiterer wichtiger Ansatz, den das Team von Mathemeer 2 berücksichtigt hat und den es zu nennen gilt: Gute mathematische Aufgaben können in der Primarstufe nicht nur das Fachwissen fördern, sondern auch Motivation, Engagement, Selbstvertrauen und Freude, sowie das Wachstumsdenken der Kinder stärken. Das wiederum treibt ihre Entwicklung und das Wissen um das eigene Können voran, schafft Selbstvertrauen in die eigenen mathematischen Kompetenzen. Die Faktoren Meaning (Sinn) und Accomplishment (Erfolg) werden aktiviert und Freude an mathematischen Inhalten stellt sich ein. Ein weiterer wichtiger Aspekt von vielen ist „Sie lernen den guten konstruktiven Umgang mit eigenen und fremden Fehlern sowie Schwierigkeiten und lernen dadurch im Konzept des Wachstumsdenken (Growth Mindset). Dies unterstützt sie im Durchhalten, wenn bestimmte Herausforderungen nicht sofort bzw. noch nicht bewältigt werden können (Dweck, 2017).“ (Lichtinger, Evermann, Lerner, 2021). All diese eben beispielhaften Faktoren sind wichtig für das Wohlbefinden, die Freude an Mathematik und die persönliche Entwicklung der Schüler*innen, auch über den Mathematikunterricht hinaus (Lichtinger, 2021; vgl. auch Goetz et al., 2004).

Üben

AK 2 - Darstellungsebenenwechsel



CARMEN EVERMANN UND ANNA DÜRR



5

Abbildung 5: Arbeitsblätter mit Lösungen (eigene Abbildung)

Daraus ergibt sich: Ein guter, freudvoller und erfolgreicher Mathematikunterricht benötigt geeignete Aufgabenformate. Zudem erlauben differenzierte Fragestellungen auf unterschiedlichem mathematischem Niveaustufen, verschiedene Lösungswege und deren Argumentation sowie Diskussion auf fachlicher Ebene. So entwickelt sich eine grundlegende mathematische Bildung und deren Förderung. Diese eben angesprochenen Aufgabenformate gilt es zudem auch nach den drei Grundsätzen im Lernsystem zu etablieren. Denn nur so erfahren die Kinder im Handeln und dem aktiven Tun das Mathematikunterricht Freude bereiten kann. Bruner mit seinem EIS-Prinzip erhält hier ins „Mathemeer 2“ einen gewichtigen Einzug.

Es sind drei Repräsentationsmodi Enaktiv, Ikonisch, Symbolisch verbunden mit einer Operativen Durchdringung, die hier im Fokus stehen, um einen individuellen Lernerfolg zu ermöglichen.

Abbildung 4 zeigt ein Beispiel für eine gute Aufgabe, die enaktiv gestaltet ist. Durch Handeln und Erfahrung sowie durch aktives Ausprobieren

wird diese gelöst und ein Verständnis baut sich bei den Lernenden auf. Es schließt sich – wie in Abbildung 5 dargestellt – ein ikonischer und symbolischer Prozess für das Durchdringen des mathematischen Phänomens für den Schüler/ die Schülerin an. Anhand der Verwendung von Bildern und visuellen Darstellungen, werden komplexe Konstrukte verständlicher und zugänglicher gemacht (Käpnik, 2014). Dabei erfolgt die Darstellung in Form von Bildern oder Symbolen (ikonische Ebene). Auch die Verwendung und Übersetzung von und in Fachsprache, Schrift und mathematischen Symbolen dient dem Wissensaufbau (symbolische Ebene) (Hasemann & Gasteiger, 2020).

Mit der Verwendung des EIS-Prinzip im „PERMA¹⁵ Mathemeer“ kann Lernen effektiver, nachhaltiger und motivierender gestaltet werden. Dabei werden verschiedene Sinne und Lernstile berücksichtigt und auf individuelle Bedürfnisse eingegangen. Lernfreude am Fach Mathematik entwickeln, sichtbar und spürbar werden lassen durch guten Unterricht mit guten Aufgaben – so wird Mathematikunterricht Positive Bildung. (Lichtinger et al., 2021).

Unsere ersten empirischen Studien zeigen:

Angstfrei Mathematik lernen, Interesse an mathematischen Aufgabenstellungen entwickeln und erleben, dass dieses Unterrichtsfach Kindern Spaß machen kann, muss keine Utopie bleiben, sondern kann unseres Erachtens bei Beachtung bewährter didaktischer Prinzipien gelingen, wenn ein Unterrichtsklima des Wohlbefindens im Sinne von „PERMA“ durchgehend gesichert wird.

Literaturverzeichnis

- Amiras, L. (2014). Montessori und die zeitgenössische Mathematikdidaktik. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 1, 109–112.
- Girg, R., Lichtinger, U., & Müller, T. (2012). Lernen mit Lernleitern: Unterrichten mit der MultiGradeMultiLevel-Methodology (MGML). Verlag Barbara Budrich.
- Goetz, T., Pekrun, R., Zirngibl, A., Jullien, S., Kleine, M., Vom Hofe, R., & Blum, W. (2004). Leistung und emotionales Erleben im Fach Mathematik: Längsschnittliche Mehrebenenanalysen Academic Achievement and Emotions in Mathematics: A Longitudinal Multilevel Analysis Perspective. *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*, 18(3/4), 201–212. <https://doi.org/10.1024/1010-0652.18.34.201>
- Krauthausen, G. (2018). Einführung in die Mathematikdidaktik-Grundschule. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5>
- Fredrickson, B. L. (2003). The value of positive emotions: The emerging science of positive psychology is coming to understand why it's good to feel good. *American scientist*, 91(4), 330–335. <https://doi.org/10.1511/2003.26.330>
- Fredrickson, B. (2011). Positivity: Groundbreaking research to release your inner optimist and thrive. One-world.
- Fredrickson, B. L. (2013). Positive emotions broaden and build. In *Advances in experimental social psychology* (Vol. 47, pp. 1–53). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-407236-7.00001-2>
- Hasemann, K. & Gasteiger, H., (2020). Mathematiklernen in der Schule. *Anfangsunterricht Mathematik*, 73–87. https://doi.org/10.1007/978-3-662-61360-3_3
- Käpnik, F. (2014). Mathematiklernen in der Grundschule. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-37962-8>
- Lichtinger, U., & Höldrich, A. (2016). Lernlandschaften Deutsch 1/2-Buchstabenberge: Lernmaterial zum Lernen mit Lernleitern und Unterrichten mit der MultiGradeMultiLevel-Methodology (MGML). Roderer.
- Lichtinger, U. (2021). Flourishing - Wohlbefinden und höhere Leistungen in der Schule. *Starke Lehrer - Starke Schule*, 46. https://doi.org/10.1007/978-3-658-39763-0_1
- Lichtinger, U., Evermann, C., Lerner, S. (2021). PERMA-lis: Lernen mit System und Wohlbefinden am Beispiel des Mathemeer-Konzepts. *Starke Lehrer-starke Schule*.
- Lichtinger, U. (2022). Wohlbefinden mit PERMA als Herzstück. In *Positive Bildung: Wohlbefinden UND Leistung in der Schule* (S. 12–23). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-39763-0_3
- Lichtinger, U., & Rigger, U. (2022). Schule wird gelingen mit Flourishing SE.: Das Praxishandbuch der Positiven Schulentwicklung. Carl Link. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-37035-0>
- Müller, T., Lichtinger, U., & Girg, R. (2015). The MultiGradeMultiLevel-Methodology and its Global Significance: Ladders of Learning–Scientific Horizons–Teacher Education. Verlag Barbara Budrich. <https://doi.org/10.2307/j.ctvm20222>
- Nakamura, J., & Csikszentmihalyi, M. (2009). Flow Theory and Research. In C. R. Snyder & S. J. Lopez (Eds.), *Oxford library of psychology. Oxford handbook of positive psychology* (2nd ed., pp. 195–206). Oxford Univ. Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780195187243.013.0018>
- Pliquet, V., Selter, C., & Korten, L. (2017). Aufgaben adaptieren. Gemeinsames Mathematiklernen anregen und individuelle Lernfortschritte ermöglichen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenböcker (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen* (S. 34–45).
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2001). On happiness and human potentials: A review of research on hedonic and eudaimonic well-being. *Annual review of psychology*, 52(1), 141–166. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.52.1.141>
- Seligman, M. E. (2011). Flourish: A visionary new understanding of happiness and well-being. Simon and Schuster.
- Schnell, T. (2016). *Psychologie des Lebenssinns*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-48922-2>