Ein paar Ideen für den Mathematikunterricht zur Einbeziehung von Schüler/innen mit sprachlichen Schwierigkeiten

Roland Gunesch | Pädagogische Hochschule Vorarlberg

In diesem Artikel werden Ansätze beschrieben, mit denen im Mathematikunterricht diejenigen Schüler/innen, die derzeit aufgrund von sprachlichen Schwierigkeiten (z.B. aufgrund von Migrationshintergrund) ausgeschlossen sind, besser eingebunden werden können. Insbesondere werden Alternativen zum fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch und der Einsatz von visuellen Unterrichtsmethoden thematisiert.

Einleitung

Traditionell wird im Mathematikunterricht (und in MINT-Unterrichtsfächern allgemein) vorausgesetzt, dass die Schüler/innen die Unterrichtssprache (deutsch) alltagssicher beherrschen, sowohl passiv (d.h. die Lehrperson verstehen) als auch aktiv (d.h. fähig sind, eigene Gedanken sprachlich auszudrücken). In sprachlich heterogenen Gruppen, z.B. mit einem Anteil von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund, ist diese sprachliche Voraussetzung nicht notwendigerweise erfüllt. Dennoch können Schüler/innen mit sprachlichen Defiziten natürlich substanzielle Fähigkeiten und Vorwissen im MINT-Bereich besitzen. Es ist wünschenswert, dass diese Schüler/innen ihre Fähigkeiten sinnvoll nutzen können. Besonders wichtig ist dies bei Flüchtlingen im Schulalter: Ein Teil dieser Schüler/innen besitzt Schulbildung im MINT-Bereich, aber sehr geringe Kenntnisse der deutschen Sprache, und wird daher in niedrigere Schulstufen eingestuft, als es ihren MINT-Fähigkeiten entspricht. Solche Schüler/innen könnten wesentlich bessere Lernerfolge in MINT-Fächern erreichen, wenn keine Sprachbarriere vorhanden wäre. Dies ist ein aktuelles Problem von gesamtgesellschaftlicher Relevanz; es ist wichtig erstens zur Förderung individueller Stärken der Schüler/innen und zweitens zur Bekämpfung des MINT-Fachkräftemangels (der u.a. daher kommt, dass bei vielen Schülerinnen und Schülern das Interesse an MINT-Themen während der Schulzeit leider nachlässt). In diesem Artikel werden einige erste Ansätze vorgestellt, die hierbei Verbesserung bewirken könnten. Zu diesem Zweck werden in diesem Artikel Komponenten des Mathematikunterrichts diskutiert, die weniger sprachabhängig sind als im bisherigen Unterricht verwendete. Solche Ansätze können auch für Schüler/innen förderlich sein, welche im sprachlichen Bereich zwar keine ausgeprägten Defizite haben, aber deren individuelle Vorlieben und Fähigkeiten eher in anderen Bereichen liegen; siehe z.B. Käpnick (2013) oder Gardner (1983, 1989, 2003) für Theorien der bereichsspezifischen Begabungen.

In diesem Artikel wird speziell auf den Mathematikunterricht eingegangen. Für andere MINT-Fächer können (und sollten) analoge Überlegungen ebenfalls angestellt werden. Allerdings sind die Vorgehensweisen des Unterrichts in den verschiedenen MINT-Fächern sehr verschieden bezüglich sprachlicher Notwendigkeiten und Konventionen. Beispielsweise ist es im Chemieunterricht wichtig, dass im Umfeld von manchen Experimenten verschiedene Vorsichtsmaßnahmen sprachlich kommuniziert werden können. Im Physikunterricht ist wichtig, Alltagsphänomene (wie z.B. Bewegungen von Objekten) auf sehr exakte Weise mathematisch zu modellieren, was eine eigene Art von Sprache benötigt. Informatik wiederum lebt in einer Welt, in der ganze (Programmier-)Sprachen in kurzer Zeit erschaffen, vermittelt und ggf. durch andere ersetzt werden, was auch für die Unterrichtssprache ganz eigene Anforderungen stellt. Daher sollten nach Meinung des Autors entsprechende didaktische Methoden für jedes MINT-Fach einzeln entwickelt werden.

Es gibt bereits (nicht notwendigerweise auf Mathematikdidaktik bezogene) Untersuchungen zum Thema sprachsensibler Fachunterricht und Untersuchungen zum Thema deutschsprachigen Fachunterricht für Schüler/innen, die Deutsch nicht als Erstsprache sprechen; passende Literatur ist z.B. Leisen (2005a, 2005b, 2006a, 2006b, 2010, 2012, 2014, 2015a, 2015b) sowie Berge & Leisen (2005).

Besagte sprachliche Probleme sind im Mathematikunterricht eher die Umgangssprache und weniger die Fachtermini im Sinne von Maier & Schweiger (1999, Kap. 1.3), da in Mathematik die Fachtermini weniger zahlreich sind als in den meisten anderen MINT-Fächern und die Schwierigkeiten des Verständnisses der zugrunde liegenden mathematischen Konzepte eher keine sprachlichen Schwierigkeiten sind. Es ist wichtig zu verstehen, dass Mathematikunterricht nicht nur aus Zahlen, Rechnungen und Formeln besteht, sondern auch aus Erklärungen, mentalen Konzepten, Handlungen, Entscheidungen und Verständnis; daher hat Sprache eine wichtige Rolle im Mathematikunterricht. Siehe dazu auch Beutelspacher (1991).

Hier werden zwei Verbesserungsvorschläge für den Mathematikunterricht aufgestellt und erläutert, erstens die Abkehr vom fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch und zweitens die Verwendung visueller Methoden.

Erster Vorschlag: Abkehr vom fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch

Eine im Mathematikunterricht im deutschsprachigen Raum sehr weit verbreitete und häufige Unterrichtsform ist der fragend-entwickelnde Unterricht. Die Lehrperson hat hierbei den Unterrichtsverlauf sehr genau vorausgeplant. Die Schüler/innen dürfen viele, aber nur kleine, Schritte beisteuern, und zwar (leider) nur solche Schritte, die den Schüler/innen kein besonders tiefgehendes mathematisches Denken abverlangen. Die Schüler/innen werden zum jeweils nächsten Ziel gelenkt, leider auch mit Suggestivfragen, welche die Antwort im Wesentlichen vorwegnehmen. Diese Methode des fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs ist bei Lehrpersonen beliebt, denn sie bietet folgende Vorteile:

- Der Unterrichtsverlauf und die erreichten Ziele jeder Stunde lassen sich im Voraus genau festlegen.
- Die Disziplin in der Klasse ist recht gut kontrollierbar.
- Die Schüler/innen können sich relativ leicht einbringen, da die einzelnen Schritte, die ihnen abverlangt werden, klein sind.
- Die Vorbereitung ist für die Lehrperson relativ einfach, da nur ein einziger „Handlungsstrang" geplant werden muss statt mehrerer möglicher.

Allerdings hat die Methode des fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs auch wesentliche Nachteile für den Mathematikunterricht:

- Der Unterrichtsverlauf ist wenig flexibel.
- Die Schüler/innen werden zwar trainiert, zu erraten, was die Lehrperson als nächste Formulierung bzw. als nächsten geplanten kleinen Schritt hören möchte, bekommen aber wenig Gelegenheit, selbstständig über längere Zeiträume nachzudenken und Problemlösungen selbst zu versuchen.
- Der Lernerfolg ist geringer als bei anderen Methoden, die in anderen Ländern verwendet werden (ein Beispiel erläutern wir im Folgenden).

Aufgrund dieser Nachteile empfiehlt Ulm (2005) für das Fach Mathematik eine Abkehr vom fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch.

Für den Unterricht in sprachlich heterogenen Schüler/innen-Gruppen ist die fragend-entwickelnde Methode noch wesentlich problematischer als bei Gruppen mit gutem (oder zumindest homogenem) Verständnis von Alltagssprache. Denn wenn der Unterricht als ein fortlaufendes Gespräch aufgebaut ist, in dem die Schüler/innen zudem genau auf die Formulierungen der Lehrperson achten (weil in diesen Formulierungen die jeweils nächsten mathematischen Schritte angedeutet werden), dann ist der Unterricht für Schüler/innen, welche sprachliche Defizite haben, besonders schwer zu verfolgen. Somit ist der Unterricht, wenn er im fragend-entwickelnden Stil durchgeführt wird, für solche Schüler/innen besonders ausgrenzend.

Eine deutliche Verbesserung verspricht, folgende Methode zu verstehen und an das hiesige Schulsystem anzupassen. Im Mathematikunterricht in Japan wird sie häufig verwendet (Ulm, 2005) und ist erfolgreich nach PISA-/TIMSS-Maßstäben. Es gibt in einem beträchtlichen Teil dieses Mathematikunterrichts eine Dreiteilung der Beschäftigung mit Aufgaben im Unterricht in jeweils drei Phasen:

- Phase 1: Die Aufgabe bzw. das Problem wird gestellt und die Aufgabenstellung (aber nicht Lösung oder Vorgehensweise) wird gemeinsam mit der Lehrperson besprochen, so dass alle Schüler/innen die Aufgabenstellung genau verstanden haben.
- Phase 2: Die Schüler/innen arbeiten alleine oder in Kleingruppen selbstständig an der Lösung und wählen auch die Vorgehensweise selbst.
- Phase 3: Die Schüler/innen bzw. die Kleingruppen präsentieren ihre jeweiligen Vorgehensweisen und Lösungen der gesamten Klasse.

Die 2. Phase nimmt dabei am meisten Zeit ein und ist für den Lernprozess die wichtigste.

Das hier vorgestellte dreiphasige Vorgehen bietet für Schüler/innen mit sprachlichen Defiziten bessere Chancen, sich einzubringen. In der wichtigen 2. Phase können die Schüler/innen die mathematischen Inhalte sinnvoll bearbeiten, ohne notwendigerweise die deutsche Sprache gut zu beherrschen; es kann die (ggf. andere) Muttersprache verwendet werden, und es können nicht-sprachliche mathematisch sinnvolle Denkmethoden angewendet werden wie z.B. geometrische Intuition. In der 1. Phase und der 3. Phase ist die sprachliche Kommunikation nach wie vor erforderlich; die Methode schafft also die Notwendigkeit der Verwendung von (Umgangs-)Sprache nicht ganz ab. Allerdings tauchen die sprachlichen Herausforderungen nur in der 1. Phase auf, wo noch nicht über schwierige Inhalte und Vorgehensweisen kommuniziert wird, sowie in der 3. Phase, also zu einem Zeitpunkt, wo die Schüler/innen bereits ein (in der 2. Phase gewonnenes) eigenes Verständnis der mathematischen Inhalte haben, was den Schülerinnen und Schülern das Verstehen der sprachlichen Ausführungen der anderen Schüler/innen erleichtert. Insbesondere treten die (gewollten und nützlichen) inhaltlich-mathematischen Herausforderungen nicht gleichzeitig auf mit den ggf. vorhandenen (unerwünschten und hinderlichen) sprachlichen Schwierigkeiten, welche von den mathematischen Inhalten ablenken würden. Dies ist vorteilhaft im Sinne der Cognitive Load Theory (Chandler & Sweller, 1991) zur Vermeidung von unvorteilhaften Ablenkungen (Chandler & Sweller, 1992).

Zur Anpassung an den deutschsprachigen Raum empfiehlt Ulm (2002, 2005) das auf Gallin und Ruf (1998a, 1998b) zurückgehende ebenfalls dreiphasige Konzept namens „Ich, du, wir“, um das Lernen der Schüler/innen zu strukturieren und individuelle Lernprozesse der Schüler/innen anzuregen:

1. „Ich“-Phase: Jede/r Schüler/in macht sich eigenständig mit der Problemstellung vertraut, stellt Bezüge zwischen Problem und eigener Person her und beginnt, an einer Lösung zu arbeiten.
2. „Du“-Phase: Die Schüler/innen lernen mit je einem Partner, tauschen Ideen aus und arbeiten weiter an einer Lösung.
3. „Wir“-Phase: Die Ergebnisse der bisherigen Arbeit werden der ganzen Klasse präsentiert. Ein gemeinsames Ergebnis wird erarbeitet.

Die Lehrperson nimmt im „Ich, du, wir“-Konzept in den ersten beiden Phasen eher eine beratende Rolle ein. In der dritten Phase moderiert die Lehrperson zunächst die Beiträge der Schüler/innen, leitet später die Schüler/innen dazu an, ihre Beiträge zu einem Gesamtergebnis zusammenzubringen, und sie sorgt für Ergebnissicherung.

Um das „Ich, du, wir“-Konzept in Klassen anzuwenden, in denen einige Schüler/innen sprachliche Schwierigkeiten haben, ist es notwendig, die Rolle der Lehrperson in der ersten Phase zu erweitern, damit diese Schüler/innen einen Zugang zum Problem erhalten. Hierfür sollte die Lehrperson speziell vorbereitete, ggf. sprachlich stark vereinfachte Erklärungen erstellen und benutzen. Im Mathematikunterricht ist es im Allgemeinen unproblematisch, bei der Problemstellung auf fortgeschrittene Fachsprache zu verzichten – jedenfalls dann, wenn sichergestellt ist, dass die Schüler/innen trotzdem ein vollständiges mathematisches Verständnis des Problems entwickeln. Während der Problemlösungsphasen können die Schüler/innen jede ihnen genehme Version von Sprache und Fachsprache (oder Abwesenheit davon) benutzen. Die „Wir"-Phase wird voraussichtlich wieder Fachtermini enthalten, allerdings sind diese nach Beschäftigung mit dem Problem für die Schüler/innen leichter zugänglich als zuvor, da den Schülerinnen und Schülern schon klar ist, welche Inhalte sie transportieren sollen.

Zweiter Vorschlag: Visuelle Mathematik im Unterricht einsetzen

Zunächst muss hier der Begriff „Visuelle Mathematik" definiert werden, da er bereits in sehr verschiedenen Bedeutungen verwendet wird. Z.B. können mathematische Kunstwerke oder Verbindungen zwischen Mathematik und visueller Kunst auch ohne Verwendung von geschriebener oder gesprochener Sprache sehr ansprechend sein (siehe z.B. Glaeser, 2014). Auch manche mathematische Lernsoftware und jede Dynamische-Geometrie-Software fällt unter diesen Begriff. Im Folgenden ist mit „Visueller Mathematik" gemeint, dass die wesentliche Sprache, die zur Vermittlung von mathematischen Sachverhalten, Ideen, Konzepten und Einsichten benutzt wird, eine visuelle Sprache ist (statt gesprochenen oder geschriebenen Worten der deutschen Sprache und auch anstatt Formelsprache). Das ist bei Geometrie-Aufgaben oft der Fall, aber es gibt auch Inhalte aus z.B. Algebra, welche visuell gut vermittelt werden können. Siehe z.B. Bardelle (2009).

Ein gutes Beispiel ist die Formel für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen:

$$1+2+3+\cdots+n = \frac{1}{2}\cdot n\cdot(n+1).$$

Diese Formel hat viele nützliche Anwendungen, und es wäre hilfreich, wenn Schüler/innen sie sich merken könnten (und idealerweise verstehen, wieso sie wahr ist). Aus didaktischer Sicht gibt es ein Problem: Die Formel ist eine algebraische Aussage über Terme, aber sie lässt sich nicht allzu leicht mittels Term-Umformungen herleiten. Im Schulunterricht wird sie in der Regel allenfalls in den letzten Schuljahren behandelt. Es gibt z.B. eine Herleitung mittels vollständiger Induktion, allerdings ist das Prinzip der vollständigen Induktion für Schüler/innen sehr schwierig. Ein visueller Beweis könnte z.B. so aussehen:

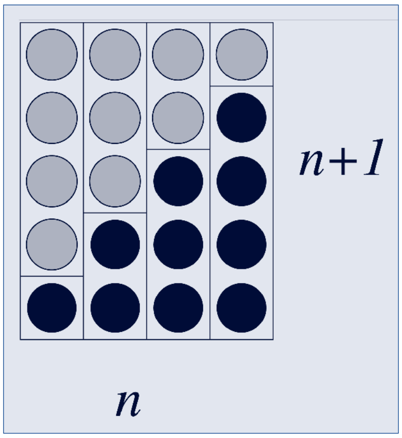

Abb. 1: Visueller Beweis der Formel $1+2+3+\cdots+n = \frac{1}{2}\cdot n\cdot(n+1)$.

Hierbei könnte kontrovers diskutiert werden, ob diese Grafik „wirklich" ein mathematischer Beweis ist, oder nur eine Beweisidee, oder nur eine Illustration einer Beweisidee in einem Spezialfall. Wichtiger als derartige Klassifizierung ist für das Thema dieses Artikels Folgendes: Schüler/innen, die dieses Bild gesehen und den Bezug zu obiger Formel verstanden haben, sind in der Lage, die Formel später mit wenig Aufwand exakt (d.h. korrekt) zu reproduzieren, während Schüler/innen, welche die Formel ohne dieses Verständnis auswendig zu lernen versuchen, sich die Formel oft nicht merken können oder sie verwechseln mit ähnlich aussehenden Formeln wie $1+2+3+\cdots+n = \frac{1}{2}\cdot(n-1)\cdot n$ (was falsch ist).

Schon bei dieser einen Formel wird der Wert der visuellen Vorgehensweise dadurch klar. (Es gibt auch andere, ebenfalls Schüler/innen-taugliche Methoden, um diese Formel zu verstehen; hier haben wir die visuelle Methode gewählt, weil deren Erklärung im Unterricht auch für Schüler/innen zugänglich ist, welche geübtes mathematisches Denkvermögen, aber wenig sprachliches Vermögen haben.)

Ein weiteres Beispiel sind die Formeln für den Flächeninhalt von Dreiecken und für das Volumen von Pyramiden: Für die Fläche eines Dreiecks gilt

$$\text{Fläche} = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe},$$

und dies ist den Schülerinnen und Schülern auch in der Regel vertraut. Die Regel ist für Schüler/innen plausibel, sobald sie gesehen haben, wie aus zwei Kopien des Dreiecks ein Rechteck konstruiert werden kann, das dieselbe Grundseite und gleich große Höhe wie das Dreieck hat. Bei ausgewählten Dreiecken (z.B. im wichtigen Spezialfall „rechtwinklig und gleichschenklig") finden Schüler/innen auch ganz alleine mit Leichtigkeit heraus, dass zwei davon zu einem Quadrat zusammengelegt werden können.

Eine für Schüler/innen viel schwierigere Formel ist dagegen die Formel für das Volumen einer Pyramide:

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \cdot \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}.$$

Verständnisschwierigkeiten (und Merkschwierigkeiten) macht den Schüler/innen (und Lehrpersonen) hierbei insbesondere der mysteriöse Faktor „ $\frac{1}{3}$ ". In der Regel erklären die Lehrpersonen nicht, woher diese Formel kommt. Mit Einsatz von visueller Mathematik (die sich bei diesem geometrischen Thema anbietet) lässt sich die Formel so erläutern (hier am wichtigen Spezialfall einer Pyramide über einem Quadrat, wo die Höhe mit der Quadratseite übereinstimmt):

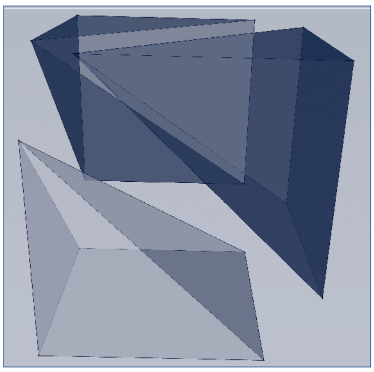

Abb. 2: Zerlegung eines Würfels in drei Pyramiden mit quadratischer Grundfläche

Hiermit leuchtet es den Schüler/innen eher ein, wieso ein Einheitsvolumen gedrittelt wird. In diesem Beispiel ist die visuelle Vorgehensweise eine erfolgversprechende (und vermutlich die einfachste) Lehrmethode. (Die Formel für das Pyramidenvolumen ließe sich auch z.B. mit der Formel $\int_0^1 x^2 = \frac{1}{3}$ erklären, aber Integralrechnung ist für Schüler/innen in den unteren Schulstufen noch nicht zugänglich.) Reichhaltige Quellen für solche visuellen mathematischen Einsichten sind z.B. Nelson 1993, 2000).

An dieser Stelle ist es natürlich angebracht, visuelle Erläuterungen, speziell visuelle Beweise von allgemeinen mathematischen Inhalten, kritisch unter die Lupe zu nehmen. Auch die Didaktik hierbei ist schwierig einzuschätzen: Es ist gar nicht klar, welche mathematischen Inhalte sich auf solche visuelle Weise vermitteln lassen. Und bei solchen Inhalten, bei denen dies der Fall ist, bedeutet das noch nicht, dass die visuelle Erklärung leicht zu finden ist (selbst wenn die Erklärung, nachdem sie erst einmal gefunden ist, im Nachhinein ganz leicht verständlich ist).

Und letztlich ist es leider auch möglich, visuell überzeugende Erklärungen zu finden, die mathematisch fragwürdig sind – nicht notwendigerweise falsch, aber eventuell würden zur Rechtfertigung des „einfachen" Arguments noch weitere, schwierigere Argumente benötigt. Ein Beispiel ist die beliebte (in vielen Schulbüchern anzutreffende) Argumentation für den Flächeninhalt des Kreises: Wenn der Umfang U des Kreises mit Radius r durch die Formel $U = 2\pi \cdot r$ gegeben ist, dann lässt sich (so die Behauptung) für den Flächeninhalt F der Kreisscheibe die Formel $F = \pi \cdot r^2$ mit folgender Skizze herleiten:

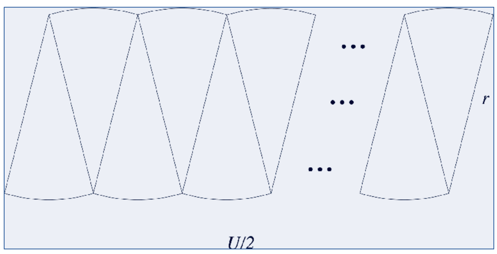

Abb. 3: Schema für die Erläuterung der Formel für den Flächeninhalt der Kreisscheibe

Das Bild zeigt nämlich ungefähr ein Rechteck mit Höhe r und mit Breite $\frac{U}{2} = \pi \cdot r$, und daher ist der Flächeninhalt ungefähr das Produkt dieser beiden Zahlen, was die gewünschte Formel für die Kreisfläche ergibt. Das Bild zeigt zwar kein exaktes Rechteck, jedoch wird es für eine große Zahl von Stücken einem Rechteck „immer ähnlicher“ (das Konzept „immer ähnlicher“ macht für die Schüler/innen auch lange vor der formalen Einführung des Limes-Begriffs Sinn).

Genaueres mathematisches Nachdenken lässt aber folgendes Problem sichtbar werden: Es wird erstens angenommen, dass (für größer werdende Zahl der Segmente) der Flächeninhalt in der Skizze gegen den eines exakten Rechtecks konvergiert (das stimmt auch). Zweitens wird angenommen, dass die gewellte Kurve gegen eine gerade Strecke konvergiert (das stimmt ebenfalls). Daraus folgt (plausiblerweise), dass deshalb die Länge der gewellten Kurve gegen die Länge der geraden Strecke konvergiert – aber ist das auch wahr? Mathematisch sorgfältig vorgehende Personen könnten sich (außerhalb des Schulunterrichts) fragen: Wenn eine Folge von stetigen Kurven gegen eine stetige Grenzkurve konvergiert, muss dann die Länge der Kurven gegen die Länge der Grenzkurve konvergieren? Das mag plausibel erscheinen oder nicht – jedenfalls ist es im Allgemeinen falsch, wie die „Treppenfolge“ in folgendem Bild zeigt:

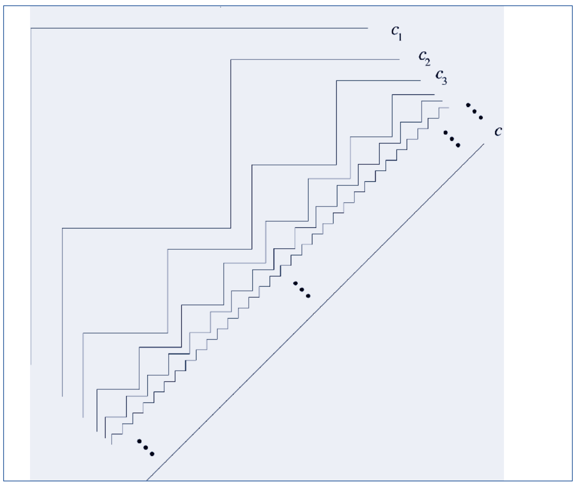

Abb. 4: Die Kurven der Treppenfolge und ihr Grenzwert

Die Kurven der Treppenfolge haben alle dieselbe Länge und konvergieren gegen eine Kurve – welche aber eine andere Länge hat. Mathematisch gesprochen, ist das Längenfunktional L (definiert auf stetigen Kurven) nicht stetig; mit anderen Worten: aus $lim_{n \to \infty} c_n = c$ folgt eben nicht $lim_{n \to \infty} L(c_n) = L(c)$. Deshalb ist also aus fachlicher Sicht noch eine Lücke in der oben gegebenen Erklärung für die Formel der Kreisfläche. Das bedeutet zwar nicht, dass die Erklärung komplett falsch ist (oder dass es unmöglich ist, die Lücke zu schließen, indem andere mathematische Aussagen als die angegebene verwendet werden), aber es stellt sich natürlich die Frage, ob es sinnvoll ist, dass eine Lehrperson eine derartige „einfache“ Erläuterung verwendet, ohne sich dieser Schwierigkeiten bewusst zu sein. Außer solchen tiefergehenden mathematischen Problemen können die verwendeten Darstellungen aus einer Reihe weiterer didaktischer Gründe problematisch sein oder schlecht zum Inhalt passen. Schulze (2014, 2015) fand bei der Untersuchung von zwei österreichischen Schulbuchreihen zur Mathematik-Sekundarstufe in über 20% der räumlichen Darstellungen Fehler (und bei einer Schulbuchreihe zur Physik-Sekundarstufe noch häufiger). Die Methode der Visuellen Mathematik sollte also im Einzelfall kritisch hinterfragt werden (so wie jede andere Lehrmethode auch).

Ausblick

Um die in diesem Artikel vorgestellten Methoden letztlich in der Schule einsetzen zu können, sind entsprechende Forschungs- und Entwicklungsprojekte sinnvoll. In nächsten Schritten könnten Lehrmaterialien und Handreichungen für Lehrpersonen entwickelt und getestet werden. Das Thema bleibt spannend – die Herausforderungen bleiben es auch.

Für zukünftige Verbesserungsvorschläge könnte es sich auch lohnen, den Einsatz von Dynamischer-Geometrie-Software sowie von Forschendem Lernen – siehe Roth & Weigand (2014a, 2014b), Gunesch (2015), Dewey (1910, 1938), Lutz-Westphal (2014), Messner (2009), Ulm (2009, 2011) – zu untersuchen.

Literatur

Bardelle, C. (2009). Visual proofs: an experiment. In V. Durand–Guerrier, S. Soury–Lavergne & Arzarello (Eds.), Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education (S. 251–260). Lyon.

Berge, O. & Leisen, J. (2005). Das Verhältnis von Verstehen und Fachsprache. Unterricht Physik, 3, 26–27.

Beutelspacher, A. (1991). „Das ist o.B.d.A. trivial!". Wiesbaden: Vieweg.

Chandler, P. & Sweller, J. (1991). Cognitive Load Theory and the Format of Instruction. Cognition and Instruction, 8 (4), 293–332.

Chandler, P. & Sweller, J. (1992). The split-attention effect as a factor in the design of instruction. British Journal of Educational Psychology, 62, 233–246.

Dewey, J. (1938). Logic – the theory of inquiry. New York: Holt, Rinehart & Winston.

Dewey, J. (1910). How we think. Boston, New York, Chicago: D. C. Health & Co. Publishers.

Gallin, P. & Ruf, U. (1998a). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik, Band 1 und 2. Seelze: Kallmeyer.

Gallin, P. & Ruf, U. (1998b). Sprache und Mathematik in der Schule. Seelze: Kallmeyer.

Gardner, H. & Hatch, T. (1989). Multiple Intelligences go to school. Educational Researcher, 18 (8).

Gardner, H. (1983). Frames of Mind: The theory of multiple intelligences. New York: Basic Books.

Gardner, H. (2003). Vielerlei Intelligenzen. In: Spektrum der Wissenschaft Spezial. Intelligenz. Spezial-ND, 5, 18–23.

Gunesch, R. (2015). Inquiry-based learning in academic teaching compared to traditional teaching: an example. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2015 (S. 336–339). Münster: WTM-Verlag.

Leisen, J. (2015a). Fachlernen und Sprachlernen! Bringt zusammen, was zusammen gehört! Der Mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU), 3, 132–137.

Leisen, J. (2015b). Wie müssen Lehrkräfte für den Deutschsprachigen Fachunterricht (DFU) fortgebildet werden? Deutsche Lehrer im Ausland, 2, 137–142.

Leisen, J. (2014). Deutsch als Zweitsprache im Fachunterricht. Schüler interkulturell flexibel fördern. Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München, 2014, S. 1–3.

Leisen, J. (2012). Praktische Ansätze schulischer Sprachförderung: Der sprachsensible Fachunterricht. In P. Bodensteiner & A. Zöller (Hrsg.), Begegnen, Verstehen, Zukunft sichern. Beiträge der Schule zu einem gelungenen kulturellen Miteinander (S. 29–42). Hanns Seidel Stiftung.

Leisen, J. (2010). Der sprachsensible Fachunterricht. Betrifft: Lehrerausbildung und Schule, 8, 6–15.

Leisen, J. (2006a). Aufgabenkultur im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 5(2006), S. 260–266.

Leisen, J. (2006b). Zweitsprache Deutsch. Übungen zum Leseverstehen für Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund. Naturwissenschaften im Unterricht Physik, 5, 32–36.

Leisen, J. (2005a). Muss ich jetzt auch noch Sprache unterrichten? – Sprache und Physikunterricht. Naturwissenschaften im Unterricht Physik, 3, 4–9.

Leisen, J. (2005b). Richtige, reichhaltige und flüssige Sprache entwickeln – Sprachhilfen für Schüler mit Migrationshintergrund. Naturwissenschaften im Unterricht Physik, 3, 21–25.

Lutz-Westphal, B. (2014). Was macht forschendes Lernen im Mathematikunterricht aus? In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 779–782). Münster: WTM-Verlag.

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht. Wien: ÖBV & HPT Verlagsgesellschaft.

Messner, R. (Hrsg.) (2009). Schule forscht. Ansätze und Methoden zum forschenden Lernen. Hamburg: edition Körber-Stiftung.

Nelson, R. B. (2000). Proofs without words II: more exercises in visual thinking. Washington, DC: The Mathematical Association of America.

Nelson, R. B. (1993). Proofs without words: exercises in visual thinking. Washington, DC: The Mathematical Association of America.

Roth, J. & Weigand, H.-G. (2014a). Forschendes Lernen – Eine Annäherung an wissenschaftliches Arbeiten. Mathematik lehren, 184, 2–10.

Roth, J. & Weigand, H.-G. (2014b). Forschendes Lernen im Mathematikunterricht. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 999–1002). Münster: WTM-Verlag.

Schulze, R. (2015). Wie ist es eigentlich um die Qualität räumlicher Abbildungen in unseren Schulbüchern bestellt? IBDG Informationsblätter der Geometrie, Fachverband Geometrie (ADG), 34 (1).

Schulze, R. (2014). Über die Qualität räumlicher Abbildungen in Schulbüchern. Diplomarbeit, Universität Innsbruck. Zugriff am 29.03.2016 unter http://diglib.uibk.ac.at/ulbtirolhs/content/titleinfo/123374

Ulm, V. (2005). Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen. 2. Auflage. Seelze: Kallmeyer.

Ulm, V. (2002). Ich, Du, Wir – ein Lern- und Arbeitsprinzip im Mathematikunterricht. Praxis Schule 5–10, 4 (02), 30–34.

Ulm, V. (2009). Eine natürliche Beziehung – Forschendes Lernen in der Mathematik. In R. Messner (Hrsg.), Schule forscht. Ansätze und Methoden zum forschenden Lernen (S. 89–105). Hamburg: edition Körber-Stiftung.

Ulm, V. (2011). Forschendes Lernen – ein Konzept für individuelle Förderung im Mathematikunterricht. In A. Füchter & K. Moegling (Hrsg.), Diagnostik und Förderung (S. 40–55). Kassel: Prolog Verlag.