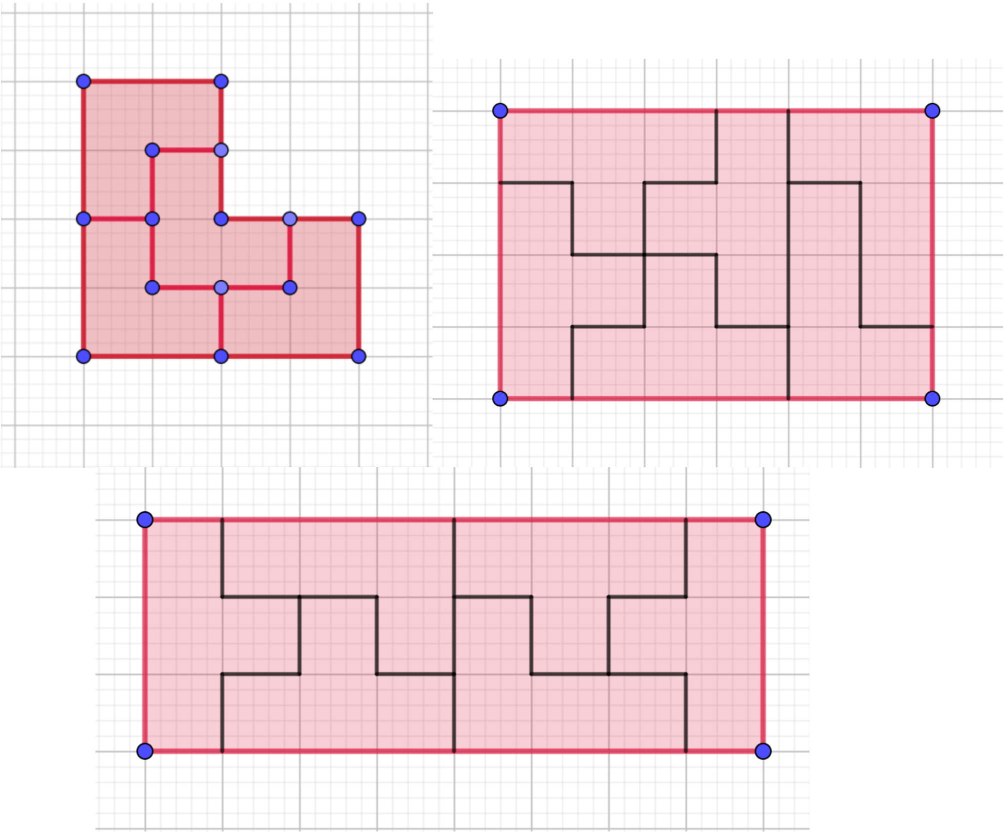
B.7. Die ersten zwei Schüler haben Mützen in der gleichen Farbe. Der letzte Schüler kann die Farbe seiner Mütze nur dann wissen, wenn er vor sich zwei Mützen in der gleichen Farbe und eine weitere Mütze sieht, denn dann kann er sagen, dass die Farbe, die er nicht sieht, die Farbe seiner eigenen Mütze sein muss. Der vorletzte Schüler hört natürlich, was der letzte Schüler sagt. Würde er vor sich zwei Mützen in unterschiedlicher Farben sehen, wüsste er die Farbe seiner Mütze nicht. Das heißt, die ersten zwei Schüler haben die gleichfarbigen Mützen. (von Luis Tschabrun, NMS-Zwischenwasser, Julian Knünz, NMS Altach)

B.8. Siehe die Abbildungen!



(von Luis Tschabrun, NMS-Zwischenwasser, Julian Knünz, NMS Altach)

B.9. Einerseits ist O die letzte Ziffer der Summe, die aus 2*E entsteht, daher ist O eine gerade Zahl. Andererseits kann O nicht mehr als 4 sein, da die Summe nur dreiziffrig ist, wie die zwei Summanden. Das bedeutet, O ist entweder 2 oder 4. Eine Lösung sollten wir finden. Ich gehe davon aus, dass O=2 ist. Da 2*E entweder 2 oder 12 ist, muss E selbst 1 oder 6 sein. Falls E gleich 1 ist, und es gibt nirgendwo in der Aufgabe Zehnerübertritt, dann muss N 3 sein, da jeder Buchstabe für unterschiedliche Zahlen steht. Das ergibt die Lösung:

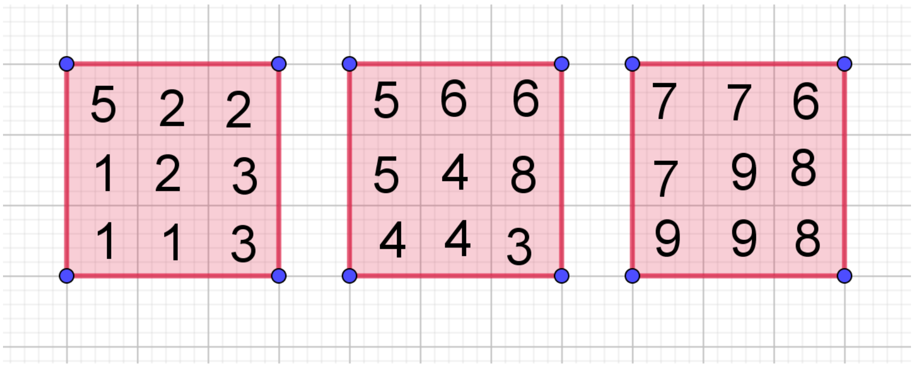
$$\begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 1 \\ + & 2 & 3 & 1 \\ \hline & 4 & 6 & 2 \end{array}$$

(von Luis Tschabrun, NMS-Zwischenwasser)

R.7. Hätte Andreas die blaue Mütze gesehen, hätte er die Farbe seiner eigenen Mütze Bescheid sagen können, nämlich rot. Benedikt kann logisch denken, er weiß von Andreas Aussage, dass er selber eine rote Mütze anhat.

(von Nico Brockmeier, BG Gallusstrasse und Achmed Debbabi, GYS Feldkirch)

R.8. Ja, wir zeigen hier eine richtige Lösung. Den Würfel schneiden wir parallel zum Boden in drei Schichten. Eine L-Form besteht aus drei kleinen Würfeln, die durch die gleiche Nummer gekennzeichnet sind. Siehe Abbildung!



(von Nico Brockmeier, BG Gallusstrasse und Achmed Debbabi, GYS Feldkirch)

R.9. Einerseits ist O die letzte Ziffer der Summe, die aus 2*E entsteht, daher ist O eine gerade Zahl. Andererseits kann O nicht mehr als 4 sein, da die Summe nur dreiziffrig ist, wie die zwei Summanden. Das bedeutet, O ist entweder 2 oder 4. Eine Lösung sollten wir finden. Ich gehe davon aus, dass O 2 ist. Da 2*E dann entweder 2 oder 12 ist, muss E selbst 1 oder 6 sein. Falls E gleich 1 ist, und es nirgendwo in der Aufgabe Zehnerübertritt gibt, dann muss N 3 sein, da jeder Buchstabe für unterschiedliche Zahlen steht. Das ergibt die Lösung:

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 1 \\ + & 2 & 3 & 1 \\ \hline & 4 & 6 & 2 \end{array}$$

Falls es einen Zehnerübertritt gibt: N kann nicht 5 sein, weil T dann auch 5 sein müsste. N kann auch nicht 6 sein, weil dann W gleich 2 sein sollte, aber O ist 2. N kann jedoch 7, 8 oder 9 sein, in allen drei Fällen ist T 5. So entstehen die Lösungen:

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 7 & 1 \\ + & 2 & 7 & 1 \\ \hline & 5 & 4 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 8 & 1 \\ + & 2 & 8 & 1 \\ \hline & 5 & 6 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 9 & 1 \\ + & 2 & 9 & 1 \\ \hline & 5 & 8 & 2 \end{array}$$

Falls E 6 ist, kann T wie im vorigen Fall entweder 4 oder 5 sein, daraus kommen 4 weitere Lösungen:

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 0 & 6 \\ + & 2 & 0 & 6 \\ \hline & 4 & 1 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 1 & 6 \\ + & 2 & 1 & 6 \\ \hline & 4 & 3 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 6 \\ + & 2 & 3 & 6 \\ \hline & 4 & 7 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 8 & 6 \\ + & 2 & 8 & 6 \\ \hline & 5 & 7 & 2 \end{array}$$

Wir müssen uns noch die Fälle anschauen, wo O 4 ist. So kann E 2 oder 7 sein, man hat wieder Fälle mit Zehnerübertritt und ohne.

$$\begin{array}{cccc} & 4 & 3 & 2 \\ + & 4 & 3 & 2 \\ \hline & 8 & 6 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 4 & 5 & 2 \\ + & 4 & 5 & 2 \\ \hline & 9 & 0 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 4 & 8 & 2 \\ + & 4 & 8 & 2 \\ \hline & 9 & 6 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} & 4 & 0 & 7 \\ + & 4 & 0 & 7 \\ \hline & 8 & 1 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 4 & 1 & 7 \\ + & 4 & 1 & 7 \\ \hline & 8 & 3 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 4 & 2 & 7 \\ + & 4 & 2 & 7 \\ \hline & 8 & 5 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 4 & 5 & 7 \\ + & 4 & 5 & 7 \\ \hline & 9 & 1 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} & 4 & 6 & 7 \\ + & 4 & 6 & 7 \\ \hline & 9 & 3 & 4 \end{array}$$

Das sind insgesamt 16 Lösungen.

(von Nico Brockmeier, BG Gallusstrasse)

S.7. Andreas hat sicherlich nicht 2 blaue Mützen gesehen, sonst hätte er gewiss sagen können, dass er eine rote Mütze anhat. Er hat also entweder zwei rote Mützen, oder eine rote und eine blaue Mütze gesehen. Benedikt kann auch nicht zwei blaue Mützen gesehen haben. Fassen wir die Möglichkeiten in einer Tabelle zusammen.

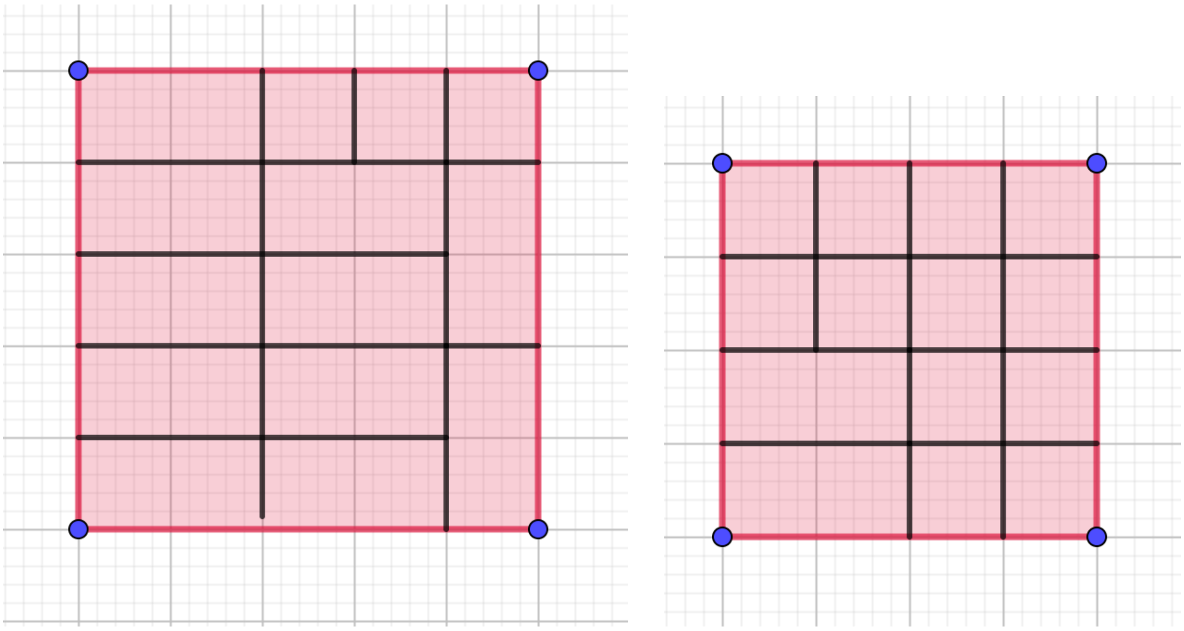
Andreas	Benedikt	Cecil	
rot	rot	rot	1
blau	rot	rot	2
rot	rot	blau	3
blau	blau	rot	4
rot	blau	rot	5

Im dritten Fall hätte Benedikt gewusst, dass er eine rote Mütze anhat, sonst hätte Andreas 2 blaue Mützen gesehen. In allen übrigen Fällen hat Cecil eine rote Mütze an.

(von Achmed Debbabi, GYS Feldkirch)

S.8. Die kleinste Fläche bekommt man mit 14 1x1 Quadraten, die größte Fläche mit 14 1x2 Rechtecken, also hat das Quadrat entweder 16 oder 25 kleine Quadrat große Fläche. Gehen wir von 14 1x1 Quadraten aus. Entsetzt man ein Quadrat durch ein Rechteck, wird die Fläche um 1 größer. Das heißt, man braucht 2 Rechtecke und 12 Quadrate. Um 25 als Fläche zu haben, muss man 9 weitere kleine Quadrate durch Rechtecke ersetzen, dann hat man 11 Rechtecke und 3 kleine Quadrate.

Für eine mögliche Lösung siehe Abbildung!



(von Elias Kicker, BGF/BRGF, Feldkirch; Nico Brockmeier, BG Gallusstrasse, Bregenz)

S.9. Da die zwei Summanden und die Summe fünfstellig sind, ist M kleiner als 5. Man muss viele Fälle untersuchen. Hier zeigen wir ein paar Fälle, um eine Idee zu geben, was für Überlegungen man machen muss, dann listen wir die Lösungen auf.

M kann also 4, 3, 2 oder 1 sein, wir betrachten den Fall, M = 4. Wenn man die Summe von zwei einstelligen Zahlen nimmt, wird die Summe ein- oder zweistellig, daher ist S 8 oder 9, wir betrachten den Fall S = 8.

Im Moment sieht die Aufgabe folgenderweise aus:

	4	A	T	H	E
+	4	A	C	H	T
	8	P	A	8	8

E + T könnte 18 oder 8 sein. Wäre es 18, sollte man 1 weiternehmen, so könnte 2H + 1 keine gerade Zahl ergeben, E + T ist also 8. M = 4 ergibt, dass H nicht mehr 4 sein kann, also H = 9.

Für E und T gibt es 6 Möglichkeiten, die man einzeln betrachten muss.

E	7	6	5	3	2	1
T	1	2	3	5	6	7

Schauen wir uns den ersten Fall an, E = 7 und T = 1.

Von der Tausenderstelle wird nichts weitergenommen, so muss A 0, 2 oder 3 sein.

	4	0	1	9	7		4	2	1	9	7		4	3	1	9	7
+	4	0	C	9	1	+	4	2	C	9	1	+	4	3	C	9	1
	8	P	0	8	8		8	P	2	8	8		8	P	3	8	8

Um auf der Hunderterstelle 0 zu haben, sollte C = 8 sein, was Widerspruch ist.	Um auf der Hunderterstelle 2 zu haben, sollte C 0 sein, P wäre so 4, was nicht erlaubt ist.	Auf der Hunderterstelle in der Summe kann nur so 3 stehen, falls C = 1 ist, was nicht erlaubt ist.

Aus diesem Fall bekommt man keine Lösung.

So muss man weitermachen. Wir haben 6 Lösungen gefunden:

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 0 & 3 & 9 & 5 \\ + & 4 & 0 & 6 & 9 & 3 \\ \hline & 8 & 1 & 0 & 8 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & 4 & 0 & 6 & 9 & 2 \\ + & 4 & 0 & 3 & 9 & 6 \\ \hline & 8 & 1 & 0 & 8 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & 3 & 2 & 1 & 8 & 5 \\ + & 3 & 2 & 0 & 8 & 1 \\ \hline & 6 & 4 & 2 & 6 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & 3 & 0 & 2 & 8 & 4 \\ + & 3 & 0 & 7 & 8 & 2 \\ \hline & 6 & 1 & 0 & 6 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & 3 & 0 & 4 & 8 & 2 \\ + & 3 & 0 & 5 & 8 & 4 \\ \hline & 6 & 1 & 0 & 6 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & 3 & 0 & 5 & 8 & 1 \\ + & 3 & 0 & 4 & 8 & 5 \\ \hline & 6 & 1 & 0 & 6 & 6 \end{array}$$

(von Jana Rüscher, Judith Willi, HS Lingenau und Achmed Debbabi, GYS Feldkirch)